

فصل مشتق

(۱)

الف) در هر یک از موارد زیر مشتق تابع $y = f(x)$ را نسبت به x بدست آورید:

$$۱) y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$$

$$۲) y = (\arccos \sqrt{x} + \sin \sqrt{x^r + e^x}) \left(\sec \frac{1}{x} \right)$$

$$۳) y = \sqrt[r]{r e^x + \Delta^{\tan h(x)} + 1} + \arccot \left(\frac{r+x}{r-x} \right)$$

$$۴) y = \sqrt[r]{x^r} \left(\frac{1-x}{1+x^r} \right) (\sin x)^r (\cos x)^r$$

$$۵) y = \sqrt{\frac{x^y (x^r + 1)}{\sqrt[r]{r-x}}}$$

$$۶) y = (\sqrt{\tan x})^{x-1}$$

$$۷) y = (\ln(\tan^r x))^r - \arccos \sin \sqrt{r-x^r}$$

$$۹) y = \frac{\arccos \sec(\csc x)}{\cot h(\cot x)}$$

$$۱۰) y = \frac{\sqrt{\arccos hx - \Delta}}{(\arcsin h^r x)^9}$$

ب) مشتق ضمنی:

$$۱) \sin(x+y) = x^y$$

$$۲) \cos\left(\frac{x}{y}\right) + \ln(x^r + y^{rx}) = x^{\arccos y}$$

$$۳) (\ln(x + \arccot hy))^r = (\arcsin x)^{y^r}$$

$$۴) (x+y)^{x-y} + (y-x)^y = r$$

$$۵) x^{\sqrt{y}} + e^{\csc hy} = \sqrt[r]{rxy - \frac{y}{x}}$$

ج) مشتق پارامتری:

$$۱) \begin{cases} x = \frac{\ln(1+t^r)}{1+\cos\sqrt{t}} \\ y = (t - \arccot t) \cos ht \end{cases}$$

$$۲) \begin{cases} x = \sin h(t^{\sqrt{t}}) \\ y = \sqrt[r]{e^t \sec(r-t)} \end{cases}$$

$$۳) \begin{cases} x = \sec ht \\ y = \tan ht \end{cases} \quad y_{xx} = ?$$

$$۴) \begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \arccos t \end{cases} \quad y_{xx} = ?$$

د) مشتق تابع معکوس:

معکوس تابع $f(x) = x^r - rx + r$ با دامنه $[r, +\infty)$ مفروض است. مطلوبست محاسبه $(f^{-1})'(r) = ?$

۲) موارد خواسته شده را بیابید: (با استفاده از فرمول لایب نیتز)

$$۱) y = e^x(x^r - ۱) \quad y^{(r)} = ?$$

$$۲) y = x^r \sin \quad y^{(r)} = ?$$

$$۳) y = (\sin x)^r \ln x \quad y^{(r)} = ?$$

$$۴) y = (۲x^r + ۵x^r - ۴) \cos hx \quad y^{(1)} = ?$$

$$۵) y = \frac{e^x}{x} \quad y^{(r)} = ?$$

۳) ثابت کنید $y = \sin(\arcsin x)$ در رابطه زیر صدق میکند:

$$(1 - x^2)y'' - ky' + n^2y = 0.$$