

## فصل حد و پیوستگی

۱) مطلوبست محاسبه مقدار هر یک از حدود زیر:

الف) حالت مبهم  $\frac{0}{0}$ :

$$\begin{aligned} ۱) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\sqrt[3]{1+x^3} - 1} \\ ۲) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}}{1 - \cos x} \\ ۳) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{\sin 4x} \\ ۴) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - 1}{x - 1 + \ln x} \\ \Delta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin^2 x} - 1}{\ln(1 + \tan 2x)} \\ ۶) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{\ln(1 + \tan 2x)} \\ ۷) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \sin 4x}{x^2 \cos x} \\ ۸) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 x}{xe^{2x} - x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۹) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^2) - 1}{x^2} \\ ۱۰) \lim_{x \rightarrow 0} \tan(2x) \csc(4x) \\ ۱۱) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \sin x)}{x} \\ ۱۲) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(1 - \frac{x}{\pi}\right) \tan\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right) \\ ۱۳) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x^2 + x - 2)}{e^{x-1} + x - 2} \\ ۱۴) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{\arcsin(\tan(x^2)) - \pi} \\ ۱۵) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x}} \\ ۱۶) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(2x - 2)}{x^2 - x - 2} \end{aligned}$$

ب) حالت مبهم  $\infty - \infty$

$$\begin{aligned} ۱) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \\ ۲) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \sin x} \end{aligned}$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \cot x$$

ج) حالت مبهم  $\infty \cdot 0$ :

$$\begin{aligned} ۱) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\tan x} \\ ۲) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\frac{1}{\ln x}} \\ ۳) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\left(\frac{1}{\ln(e^x - 1)}\right)} \\ ۴) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\sin x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\cot x} \\ ۶) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos hx)^{\frac{1}{x}} \\ ۷) \lim_{x \rightarrow \infty} (x + e^x + e^{2x})^{\frac{1}{x}} \end{aligned}$$

د) حالت مبهم  $1^\infty$

$$۱) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{2}{\sin x}}$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+a}{x-a} \right)^x$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\left( \tan \frac{\pi x}{2} \right)}$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\left( \frac{1}{(\sin x)^2} \right)}$$

$$۵) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\cot x}$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow 0} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}$$

$$۷) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \sin \frac{3}{x} \right)^x$$

و) قواعد رشد در بی نهایت

$$۱) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x) e^{\frac{1}{x}}$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \ln x}{x\sqrt{x}}$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{3x+1} \right)^x$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2+e^x)}{3x}$$

۲) ثابت کنید:

$$\text{الف) } \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

$$\text{ب) } \ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

۳) ثابت کنید:

$$\text{الف) } \arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

$$\text{ب) } \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

۴) بسط تیلور تابع  $f(x) = \ln(1 + \sin x)$  را تا جمله  $x^5$  بدست آورید.